Dokážeme, že $2^2 = 4^2$

Platí známý vztah
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$
Z toho vyplývá
$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x.$$
Dále
$$(\cos^2 x)^{\frac{3}{2}} = (1 - \sin^2 x)^{\frac{3}{2}}.$$
Tedy
$$\cos^3 x + 3 = (1 - \sin^2 x)^{\frac{3}{2}} + 3.$$
Po umocnění na druhou dostaneme
$$(\cos^3 x + 3)^2 = \left[(1 - \sin^2 x)^{\frac{3}{2}} + 3\right]^2.$$

- Když $x = 90^\circ$, pak
  $$\cos 90^\circ = 0, \qquad \sin 90^\circ = 1.$$
  Dostaneme
  $$(0 + 3)^2 = (0 + 3)^2,$$
  tedy správnou rovnost
  $$3^2 = 3^2.$$
- Když $x = 180^\circ$, pak
  $$\cos 180^\circ = -1, \qquad \sin 180^\circ = 0.$$
  Z předchozí rovnosti vychází
  $$(-1 + 3)^2 = (1 + 3)^2,$$
  tedy
  $$2^2 = 4^2.$$

Kde je chyba?
Při přechodu
$$(\cos^2 x)^{\frac{3}{2}} = \cos^3 x$$
jsme ve skutečnosti použili vztah
$$(a^2)^{\frac{3}{2}} = a^3,$$
který však neplatí pro záporná čísla.
Správně totiž
$$(a^2)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{a^6} = |a|^3.$$

Proto má být

$$(\cos^2 x)^{\frac{3}{2}} = |\cos x|^3.$$

Pro $x = 90°$ je $\cos x = 0$, takže chyba není vidět.

Pro $x = 180°$ však $\cos x = -1$ a dostáváme

$$(\cos^2 180°)^{\frac{3}{2}} = |-1|^3 = 1,$$

nikoli -1.

Chyba tedy vznikla tím, že jsme neuvažovali celý definiční obor goniometrické funkce $\cos x$ a nevzali v úvahu, že může nabývat i záporných hodnot.