

Jak vznikne výsledná lomená křivka

Budeme zkoumat funkci: $y = |7x - 2| - |3 - x|$.

Uvidíme, že je složena z několika obyčejných přímk.

1. Kde se mění tvar grafu

Absolutní hodnoty mění svůj předpis v bodech, kde je výraz uvnitř roven nule. Proto spočítáme:

$$7x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{7}$$

a

$$3 - x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3.$$

Tyto body rozdělí osu na tři intervaly:

$$\left(-\infty, \frac{2}{7}\right), \quad \left(\frac{2}{7}, 3\right), \quad (3, \infty).$$

V každém intervalu bude mít funkce jiný předpis.

2. První interval

$$x < \frac{2}{7}$$

Určení znamének

$$7x - 2 < 0$$

tedy:

$$|7x - 2| = -(7x - 2) = -7x + 2$$

Současně:

$$3 - x > 0$$

tedy:

$$|3 - x| = 3 - x.$$

Dosazení do funkce

$$y = (-7x + 2) - (3 - x)$$

Odstraníme závorku:

$$y = -7x + 2 - 3 + x$$

Sečteme podobné členy:

$$y = -6x - 1.$$

V prvním intervalu tedy dostáváme přímku:

$$\boxed{y = -6x - 1}$$

3. Druhý interval

$$\frac{2}{7} < x < 3$$

Určení znamének

Nyní platí:

$$7x - 2 > 0$$

tedy:

$$|7x - 2| = 7x - 2$$

a zároveň:

$$3 - x > 0$$

tedy:

$$|3 - x| = 3 - x.$$

Dosazení

$$y = (7x - 2) - (3 - x)$$

$$y = 7x - 2 - 3 + x$$

$$y = 8x - 5.$$

Ve druhém intervalu tedy dostáváme přímku:

$$\boxed{y = 8x - 5}$$

4. Třetí interval

$$x > 3$$

Určení znamének

Platí:

$$7x - 2 > 0$$

tedy:

$$|7x - 2| = 7x - 2$$

a

$$3 - x < 0$$

tedy:

$$|3 - x| = -(3 - x) = x - 3.$$

Dosazení

$$y = (7x - 2) - (x - 3)$$

Pozor na závorku!

$$y = 7x - 2 - x + 3$$

$$y = 6x + 1.$$

Ve třetím intervalu tedy dostáváme přímku:

$$\boxed{y = 6x + 1}$$

5. Celkový předpis výsledné funkce

Výsledná funkce je tedy složena ze tří přímek:

$$y = \begin{cases} -6x - 1, & x < \frac{2}{7}, \\ 8x - 5, & \frac{2}{7} \leq x \leq 3, \\ 6x + 1, & x > 3. \end{cases}$$

6. Geometrický význam

Graf vzniká takto:

- vlevo od bodu $x = \frac{2}{7}$ kreslíme přímku

$$y = -6x - 1,$$

- mezi body

$$\frac{2}{7} \quad \text{a} \quad 3$$

kreslíme přímku

$$y = 8x - 5,$$

- napravo od bodu $x = 3$ kreslíme přímku

$$y = 6x + 1.$$

Proto vznikne **lomená čára** složená ze tří částí.

7. Hlavní myšlenka

Každá absolutní hodnota se v určitém intervalu chová jako obyčejná lineární funkce. Proto:

$$|7x - 2| - |3 - x|$$

není nic jiného než několik různých přímků pospojovaných dohromady.