Jak kreslit grafy funkcí s absolutní hodnotou

Budeme kreslit grafy funkcí: $y = |7x - 2|$ a $y = |3 - x|$.

1. Co znamená absolutní hodnota

Absolutní hodnota:

$$|a|$$

znamená:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{jestliže } a > 0, \\ 0, & \text{jestliže } a = 0, \\ -a, & \text{jestliže } a < 0. \end{cases}$$

To znamená:

- kladná čísla zůstávají stejná,
- záporná čísla změní znaménko,
- nula je nula.

Například:

$$|5| = 5, \qquad |0| = 0, \qquad |-5| = -(-5) = 5.$$

2. Funkce $y = |7x - 2|$

Nejprve zjistíme, kdy výraz uvnitř absolutní hodnoty mění znaménko.

$$7x - 2 = 0$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

To znamená:

- pro
$$x < \frac{2}{7}$$
je výraz $7x - 2$ záporný,
- pro
$$x = 2/7$$
je výraz $7x - 2$ nulový,
- pro
$$x > \frac{2}{7}$$
je výraz $7x - 2$ kladný.

Rozdělíme funkci na dva případy, nulový případ dáme pod písmeno b.

a) Pro $x < 2/7$

Výraz je záporný, proto změníme znaménko:

$$|7x - 2| = -(7x - 2)$$

$$|7x - 2| = -7x + 2$$

Dostáváme tedy přímku:

$$y = -7x + 2$$

b) Pro $x >= 2/7$

Výraz je kladný pro $x > 2/7$:

$$|7x - 2| = 7x - 2$$

a nulový pro bod o souřadnici x = 2/7.

Výsledek

Graf funkce

$$y = |7x - 2|$$

je složen ze dvou polopřímek a obsahuje bod o souřadnicích $(2/7, 0)$.

$$y = \begin{cases} -7x + 2, & x < \frac{2}{7}, \\ 7x - 2, & x > \frac{2}{7}, \\ 0, & x = 2/7. \end{cases}$$

Graf má tvar písmene **V**.

3. Funkce $y = |3 - x|$

Budeme postupovat obdobně. Opět najdeme bod změny znaménka:

$$3 - x = 0$$

$$x = 3$$

a) Pro $x < 3$

Výraz $3 - x$ je kladný, takže:

$$|3 - x| = 3 - x$$

Dostáváme přímku:

$$y = 3 - x$$

b) Pro $x >= 3$

Pro $x > 3$ výraz $3 - x$ je záporný a proto měníme znaménko:

$$|3 - x| = -(3 - x)$$

$$|3 - x| = x - 3$$

a nulový pro bod o souřadnici x = 3.

Výsledek

Graf funkce

$$y = |3 - x|$$

je složen ze dvou polopřímek a obsahuje bod o souřadnicích $(3, 0)$

$$y = \begin{cases} 3 - x, & x < 3, \\ x - 3, & x > 3. \\ 0, & x = 3. \end{cases}$$

Opět vznikne graf ve tvaru písmene **V**.