

Řešení nerovnice s absolutními hodnotami

Řešme nerovnici: $|7x - 2| - |3 - x| > 5$.

Nejprve určíme body, ve kterých se mění znaménka výrazů uvnitř absolutních hodnot:

$$7x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$$

$$3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$$

Tyto body rozdělí reálnou osu na tři intervaly:

$$(-\infty, \frac{2}{7}), \quad (\frac{2}{7}, 3), \quad (3, \infty)$$

1. interval: $x < \frac{2}{7}$

V tomto intervalu platí:

$$7x - 2 < 0 \Rightarrow |7x - 2| = -(7x - 2)$$

$$3 - x > 0 \Rightarrow |3 - x| = 3 - x$$

Dosadíme:

$$-(7x - 2) - (3 - x) > 5$$

$$-7x + 2 - 3 + x > 5$$

$$-6x - 1 > 5$$

$$-6x > 6$$

$$x < -1$$

Po průniku s intervalem:

$$(-\infty, -1)$$

2. interval: $\frac{2}{7} < x < 3$

Zde:

$$7x - 2 > 0 \Rightarrow |7x - 2| = 7x - 2$$

$$3 - x > 0 \Rightarrow |3 - x| = 3 - x$$

Dosadíme:

$$(7x - 2) - (3 - x) > 5$$

$$7x - 2 - 3 + x > 5$$

$$8x - 5 > 5$$

$$8x > 10$$

$$x > \frac{5}{4}$$

Po průniku:

$$\left(\frac{5}{4}, 3\right)$$

3. interval: $x > 3$

Zde:

$$7x - 2 > 0 \Rightarrow |7x - 2| = 7x - 2$$

$$3 - x < 0 \Rightarrow |3 - x| = -(3 - x)$$

Dosadíme:

$$(7x - 2) - (-(3 - x)) > 5$$

$$7x - 2 + 3 - x > 5$$

$$6x + 1 > 5$$

$$6x > 4$$

$$x > \frac{2}{3}$$

Po průniku:

$$(3, \infty)$$

Celkové řešení

Spojením všech intervalů dostáváme: $(-\infty, -1) \cup (\frac{5}{4}, \infty)$